CHAPITRE 2 : INTERFERENCE DE DEUX ONDES LUMINEUSES

Dans ce chapitre, on étudiera un phénomène lumineux inexpliqué par l'optique géométrique : l'inférence de deux ondes lumineuses. Dans cette étude, on doit tenir compte de la cohérence de ces ondes.

1. Interférences lumineuses

Lorsque plusieurs ondes se superposent en un point, sous des conditions que nous expliciterons, le phénomène qui module l'énergie lumineuse dans l'espace rendant l'éclairement différent de la simple somme des éclairement dus à chaque source, est appelé phénomène d'interférences.

2. Intensité lumineuse en un point de l'espace où se superposent deux ondes lumineuses

Soient deux vibrations lumineuses $S_1(M, t)$ et $S_2(M, t)$ se rencontrant en un point M de l'espace, la vibration lumineuse résultante est $S(M, t) = S_1(M, t) + S_2(M, t)$. C'est le principe de superposition.

$$S(M,t) = S_{1m}cos\left(\omega_1 t - \phi_1(M)\right) + S_{2m}cos\left(\omega_2 t - \phi_2(M)\right)$$

Intensité lumineuse :

$$\mathrm{I(M)} = \langle \mathrm{s}^2(\mathrm{M,t})\rangle$$

$$\begin{aligned}\mathrm{I(M)} = {} & \langle \mathrm{S}_{1m}^2\cos^2(\omega_1 t - \phi_1(\mathrm{M}))\rangle + \langle \mathrm{S}_{2m}^2\cos^2(\omega_2 t - \phi_2(\mathrm{M}))\rangle \\ & + \langle 2\mathrm{S}_{1m}\mathrm{S}_{2m}\cos(\omega_1 t - \phi_1(\mathrm{M}))\cos(\omega_2 t - \phi_2(\mathrm{M}))\rangle\end{aligned}$$

$$\mathrm{I(M)} = I_1(M) + I_2(M) + \langle 2\mathrm{S}_{1m}\mathrm{S}_{2m}\cos(\omega_1 t - \phi_1(\mathrm{M}))\cos(\omega_2 t - \phi_2(\mathrm{M}))\rangle$$

Le terme $I_{12}(M) = \mathrm{I(M)} - I_1(M) - I_2(M)$ est appelé terme d'interférence.

$$I_{12}(M) = \langle 2\mathrm{S}_{1m}\mathrm{S}_{2m}\cos(\omega_1 t - \phi_1(\mathrm{M}))\cos(\omega_2 t - \phi_2(\mathrm{M}))\rangle$$

3. Critère d'interférence en un point M

Il y a interférence si le terme d'interférence $I_{12}(M)$ est non nul.

4. Conditions d'interférences – intensité lumineuse

4.1. Conditions d'interférences

Rappel

$$\langle\cos(\omega t - \phi(\mathrm{M}))\rangle = 0 \; si \; \omega \neq 0$$

$$I_{12}(M) = \langle 2S_{1m}S_{2m}\cos(\omega_1 t - \phi_1(M))\cos(\omega_2 t - \phi_2(M))\rangle$$
$$= S_{1m}S_{2m}\,\langle \cos[(\omega_1 + \omega_2)t - (\phi_1(M) + (\phi_2(M))]$$
$$+ \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + (\phi_2(M) - \phi_1(M))\rangle$$
$$= S_{1m}S_{2m}\langle \cos[(\omega_1 + \omega_2)t - (\phi_1(M) + (\phi_2(M))]\rangle$$
$$+ S_{1m}S_{2m}\langle \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + (\phi_2(M) - (\phi_1(M))]\rangle$$
$$\omega_1 + \omega_2 \neq 0$$
$$I_{12}(M) = S_{1m}S_{2m}\,\langle \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + (\phi_2(M) - \phi_1(M))\rangle$$
$$\boldsymbol{I_{12}(M) = 2\sqrt{I_1 I_2}\,\langle \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + (\phi_2(M) - \phi_1(M))\rangle}$$
$$S_{1m}^2 = 2I_1$$

4.1.1. Condition de cohérence temporelle des ondes

Pour que deux ondes interfèrent, il faut que les sources qui les créent soient de même pulsation ou ce qui est équivalent, isochrone, de même fréquence, monochromatique.

$$\boldsymbol{\omega_1 = \omega_2}$$
$$\boldsymbol{I_{12}(M) = 2\sqrt{I_1 I_2}\,\langle \cos(\phi_2(M) - \phi_1(M)\rangle = 2\sqrt{I_1 I_2}\,\langle \cos\Delta\phi\rangle}$$

4.1.2. Condition de cohérence spatiale des ondes

$$\phi_1(M) = \phi(S_1) + \frac{2\pi}{\lambda_0}(S_1M) = \phi(S_1) + \frac{2\pi n}{\lambda_0}S_1M$$
$$\phi_2(M) = \phi(S_2) + \frac{2\pi}{\lambda_0}(S_2M) = \phi(S_2) + \frac{2\pi n}{\lambda_0}S_2M$$
$$\Delta\phi = \phi(S_2) - \phi(S_1) + \frac{2\pi n}{\lambda_0}(S_2M - S_1M)$$

Condition pour obtenir $\langle \cos\Delta\phi\rangle \neq 0$:

- $\Delta\phi_{géométrique} = \frac{2\pi n}{\lambda_0}(S_2M - S_1M)$, ne doit pas être une fonction aléatoire du temps. Or, une des conditions de construction et de fonctionnement des interféromètres est $\langle S_2M - S_1M\rangle = Cte$, donc $\Delta\phi_{géométrique}$ ne dépend pas du temps, à priori.

•$\Delta\phi_S = \phi(S_2) - \phi(S_1)$ ne doit pas être une fonction aléatoire. Pour cela on choisit de faire superposer deux trains d'onde identiques, c'est-à-dire issus d'un même train d'onde, donc d'un même point source. Ceci étant, $\Delta\phi_S = \phi(S_2) - \phi(S_1) = 0$, quelle que soit la date t. Les deux sources sont dites synchrones.

Si S_1 et S_2 sont des sources ponctuelles classiques différentes, ou des sources ponctuelles monoatomiques différentes, le retard de phase $\Delta\phi_S = \phi(S_2) - \phi(S_1)$ à l'émission est aléatoire. Donc $\langle \cos\Delta\phi \rangle = 0$. Les deux ondes sont dites incohérentes, il n'y a plus d'interférences.

4.1.3. Condition sur l'interféromètre

L'interféromètre ne doit pas imposer une différence de chemins optiques supérieure à la longueur de cohérence de la lumière qu'il reçoit pour que l'on puisse observer des interférences. La condition d'interférences concernant l'interféromètre est :

$$|\delta(M)| = |(S_2M) - (S_1M)| < L_C$$

4.2. Intensité lumineuse des interférences

4.2.1. Relation de Fresnel pour les interférences

Lorsque deux sources sont cohérentes, elles interfèrent par superposition de leurs ondes en des points où l'intensité lumineuse I(M) est donnée par :

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} cos[\Delta\phi(M)]$$

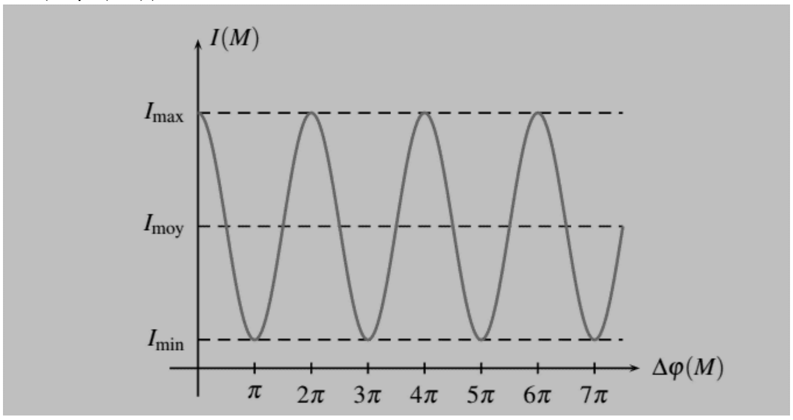
Où $\Delta\phi(M)$ est la différence de phase entre les deux chemins suivis par les ondes.

4.2. Interprétation physique

Selon le signe de cos(Δϕ(M)), l'éclairement résultant est supérieur ou inférieur à la somme des éclairements des ondes. On distingue les deux cas suivants :

Interférences constructives : elles sont réalisées en un point où $I(M) > I_1(M) + I_2(M)$, c'est-à-dire si $\cos(\Delta\phi(M)) > 0$.

Interférences destructives : elles sont réalisées en un point où $I(M) < I_1(M) + I_2(M)$, c'est-à-dire si $\cos(\Delta\phi(M)) < 0$.



• l'éclairement est maximal si $\cos(\Delta\phi(M)) = 1$, c'est-à-dire si :
$\Delta\phi(M) = 2m\pi$, où m est un entier relatif. La valeur maximale de l'intensité vibratoire est $I_{max} = \left(\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2}\right)^2$. Aux points où cette situation est réalisée on dit que les interférences sont totalement constructives.

• l'éclairement est minimal si $\cos(\Delta\phi\,(M)) = -1$, c'est-à-dire si :
$\Delta\phi\,(M) = (2m + 1)\pi$, où m est un entier relatif. La valeur minimale de l'intensité vibratoire est $I_{min} = \left(\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2}\right)^2$. Aux points où cette situation est réalisée on dit que les interférences sont totalement destructives.

- Si les sources sont de même intensité, l'éclairement I_0 le long de chaque chemin est le même au point M. La relation de Fresnel devient :

$$I(M) = \quad 2I_0(1 + cos[\Delta\phi(M)]) = \ 4I_0 cos^2\left[\frac{\Delta\phi(M)}{2}\right]$$

5. Différence de marche et ordre d'interférences

Pour deux sources synchrones, la différence de phase est :

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0}[(S_2M) - (S_1M)] = \frac{2\pi}{\lambda_0}\delta(M)$$

$\delta(M) = \ (S_2M) - (S_1M)$ est appelé différence de marche.

On appelle ordre d'interférences, la quantité:

$$p(M) = \frac{\Delta\phi(M)}{2\pi} = \frac{\delta(M)}{\lambda_0}$$

L'intensité vibratoire, ou l'éclairement, est maximale lorsque l'ordre d'interférences est un entier m et minimale lorsque l'ordre d'interférences est un demi-entier $m + \frac{1}{2}$ ($m \in Z$).

6. Figure d'interférences

6.1 Champ d'interférences

On appelle champ d'interférences la zone de l'espace éclairée par les deux ondes cohérentes.

6.2 Franges d'interférences

On appelle surfaces brillantes, l'ensemble des points M de l'espace où l'intensité vibratoire est maximale, ce qui se traduit par $\Delta\phi(M) = 2m\pi$ avec $m \in Z$.
Les intersections de ces surfaces avec l'écran d'observation sont les courbes d'éclairement maximal et sont appelées franges d'interférences brillantes, ou plus simplement, franges brillantes.
On appelle surfaces sombres l'ensemble des points M de l'espace où l'intensité vibratoire est minimale, ce qui se traduit par $\Delta\phi\,(M) = (2m + 1)\pi$ avec $m \in Z$. Les intersections de ces surfaces avec l'écran d'observation sont les courbes d'éclairement minimal et sont appelées franges d'interférences sombres, ou plus simplement franges sombres.
Sur l'écran, l'ensemble des franges d'interférences forme la figure d'interférences.

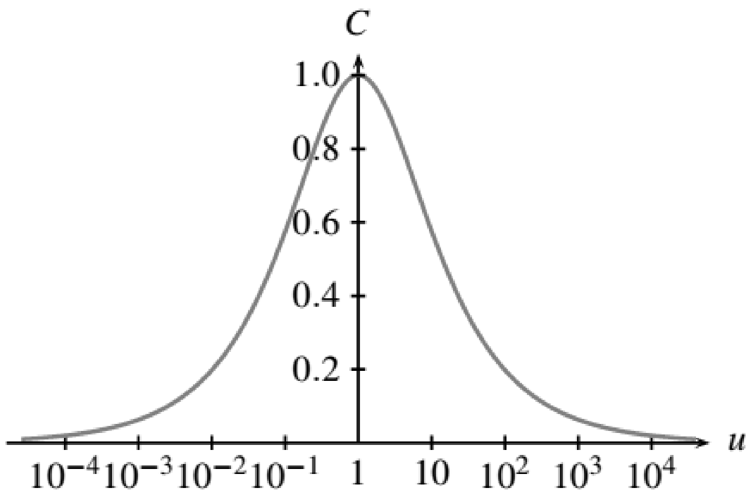
6.3 Contraste

On suppose que les intensités vibratoires $I_1(M)$ et $I_2(M)$ sont pratiquement indépendants du point M et on les note I_1 et I_2. C'est le cas réel des expériences d'optique au laboratoire.

On appelle contraste ou visibilité d'une figure d'interférences la quantité :

$$C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \frac{\left(\left(I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\right) - \left(\left(I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}\right)\right)\right)}{\left(I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\right) + \left(\left(I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}\right)\right)} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$$

$$C = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} = \frac{2 I_2 \sqrt{\frac{I_1}{I_2}}}{I_2\left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)} = \frac{2\sqrt{u}}{1 + u}$$



Évolution du contraste en fonction du rapport $u = \frac{I_1}{I_2}$ des intensités

Pour $I_1 = I_2$, $I_{moy} = \frac{I_{max} + I_{min}}{2} = I_1 + I_2 = 2I_1 = 2I_2 = I_0$,

$$I(M) = I_{moy}(1 + cos[\Delta\phi(M)])$$

Dans le cas général où I_1 et I_2 sont différents elle se met sous la forme :

$$I(M) = I_{moy}(1 + Ccos[\Delta\phi(M)])$$

L'intensité vibratoire varie entre $I_{min} = I_0(1 - C)$ et $I_{max} = I_0(1 + C)$

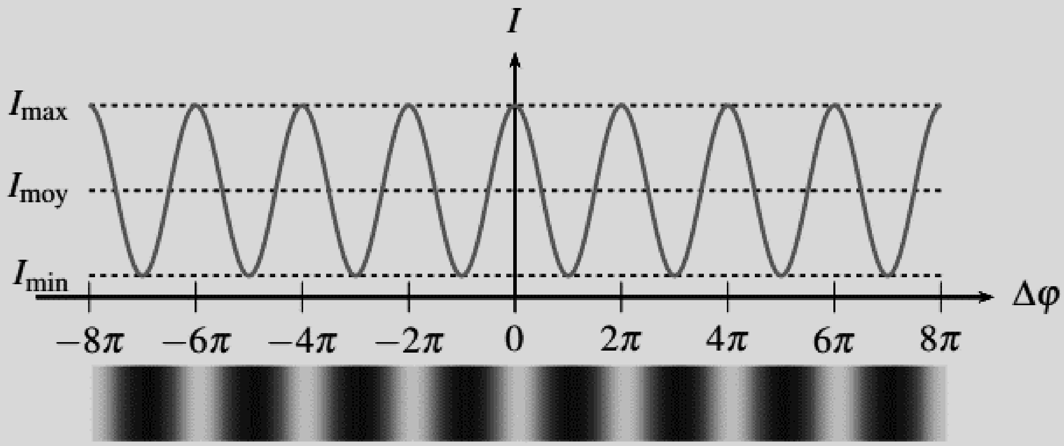


Figure 7.4 – Influence du contraste : $C = 0,8$.

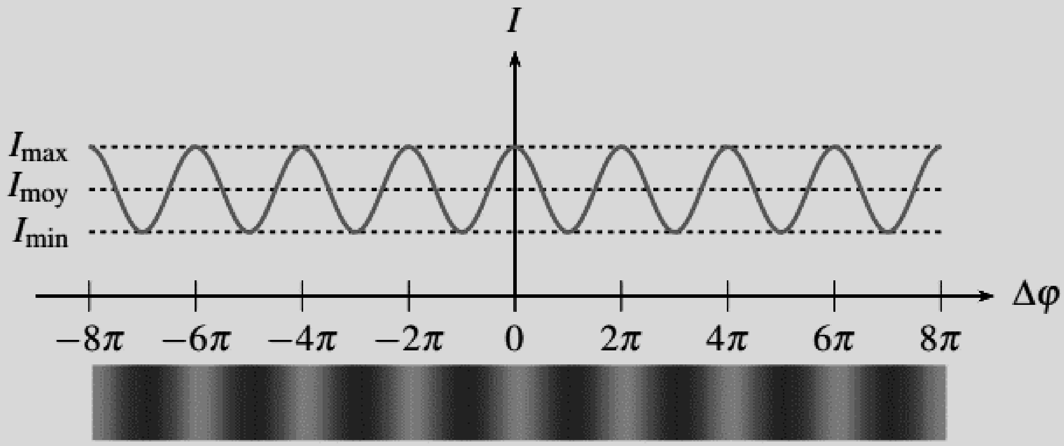


Figure 7.5 – Influence du contraste : $C = 0,4$.